



UNIL | Université de Lausanne

Faculté des géosciences et de l'environnement
Institut de géographie

Etude des modèles de Whittle markoviens probabilisés

Thèse de doctorat

présentée à la Faculté des géosciences et de l'environnement
de l'Université de Lausanne par

David CARRILLO

diplômé en physique de l'Université de Genève

Jury :

M. le Prof. Klaus HOLLINGER, Université de Lausanne, Président du jury,
M. le Prof. François BAVAUD, Université de Lausanne, Directeur de thèse,
M. le Dr Sylvain SARDY, Université de Genève, Expert externe,
M. le Prof. Mikhail KANEVSKI, Université de Lausanne, Expert interne.

Thèse soutenue publiquement le 3 avril 2009.

Lausanne, 2009.

Etude des modèles de Whittle markoviens probabilisés

Résumé

Le modèle de Whittle markovien probabilisé est un modèle de champ spatial autorégressif simultané d'ordre 1 qui exprime simultanément chaque variable du champ comme une moyenne pondérée aléatoire des variables adjacentes du champ, amortie d'un coefficient multiplicatif ρ , et additionnée d'un terme d'erreur (qui est une variable gaussienne homoscedastique spatialement indépendante, non mesurable directement). Dans notre cas, la moyenne pondérée est une moyenne arithmétique qui est aléatoire du fait de deux conditions : (a) deux variables sont adjacentes (au sens d'un graphe) avec une probabilité $1 - p$ si la distance qui les sépare est inférieure à un certain seuil, (b) il n'y a pas d'adjacence pour des distances au-dessus de ce seuil. Ces conditions déterminent un modèle d'adjacence (ou modèle de connexité) du champ spatial. Un modèle de Whittle markovien probabilisé aux conditions où $p = 0$ donne un modèle de Whittle classique qui est plus familier en géographie, économétrie spatiale, écologie, sociologie, etc. et dont ρ est le coefficient d'autorégression. Notre modèle est donc une forme probabilisée au niveau de la connexité du champ de la forme des modèles de Whittle classiques, amenant une description innovante de l'autocorrélation spatiale.

Nous commençons par décrire notre modèle spatial en montrant les effets de la complexité introduite par le modèle de connexité sur le pattern de variances et la corrélation spatiale du champ. Nous étudions ensuite la problématique de l'estimation du coefficient d'autorégression ρ pour lequel au préalable nous effectuons une analyse approfondie de son information au sens de Fisher et de Kullback-Leibler. Nous montrons qu'un estimateur non biaisé efficace de ρ possède une efficacité qui varie en fonction du paramètre p , généralement de manière non monotone, et de la structure du réseau d'adjacences. Dans le cas où la connexité du champ est non observée, nous montrons qu'une mauvaise spécification de l'estimateur de maximum de vraisemblance de ρ peut biaiser celui-ci en fonction de p . Nous proposons dans ce contexte d'autres voies pour estimer ρ .

Pour finir, nous étudions la puissance des tests de significativité de ρ pour lesquels les statistiques de test sont des variantes classiques du I de Moran (test de Cliff-Ord) et du I de Moran maximal (en s'inspirant de la méthode de Kooijman). Nous observons la variation de puissance en fonction du paramètre p et du coefficient ρ , montrant par cette voie la dualité de l'autocorrélation spatiale entre intensité et connectivité dans le contexte des modèles autorégressifs.